

Olimpiadinių matematikos uždavinių
pratybų sąsiuvinis 5-10 klasėms

„NEĮMANOMI“ UŽDAVINIAI

Pirma dalis

TURINYS:

Uždaviniai	2
Patarimai, užuominos ir nurodymai	58
Šachmatų figūrų ėjimai	71
Šachmatų lenta	72
Matematikos renginių kalendorius	72

- - -

Skyrių pradžioje rasi mintis, kurias užrašė Vilniaus jėzuitų gimnazijos mokiniai
2009-2014 metais, dalydamiesi savo patyrimais bei atsakydami į klausimus:

- Kas man yra matematika? - Kaip jaučiuosi spęsdamas uždavinius?
- Jeigu matematika būtų....., tai spęsdamas uždavinius, aš.....
- Kaip jaučiuosi pamatęs „neįmanomą“ uždavinį?
- Kaip jaučiuosi, kai pavyksta išspręsti „neįmanomą“ uždavinį?
- Man sunkesnis uždavinys – tarsi....., o spęsdamas jį, aš
- Pamatęs sunkesnį uždavinį, aš , spęsdamas jį, ... , o išsprendęs jį,

Viršelį ir iliustracijas – Severijos Juškaitės.

- - -

Smagu, kad ketini imtis uždavinių, kurių dažnas pabūgsta! Naudok šį sąsiuvinį kaip „matematinį dienoraštį“: pasižymėk jame savo jausmus, pasisekimus bei nesėkmes. Tam skirti ir pridedami įsivertinimo lipdukai. Tai padės Tau pastebėti, kaip augi matematikoje, ir vėliau teks daug smagių prisiminimų.

Linkiu sėkmės!

Eduardas Juška, šių pratybų sudarytojas
(matburelis@gmail.com, fb.com/StudijaQED)

*Jaučiu susidomėjimą, kai sprendžiu, ir džiaugsmą, kai išsprendžiu.
Spręsdamas uždavinį aš jaučiu silpną įtampą. Linksmumą ir kartu baimą.*

1 skyrius. Skaičiai, skaitmenys, skaitmenų suma

Žinia, žodžiai sudaryti iš raidžių, o skaičiai - iš skaitmenų. Štai 5 – skaičius iš vieno skaitmens. O 1234567 – jau iš septynių, todėl dar sakoma, kad jis - septynženklis skaičius.

Jeigu jau išdrįsai atsiversti šiuos „Neįmanomus“ uždavinius, turbūt nenustebsi, kad kalbėsime ir apie laaaaaabai didelius skaičius. Pavyzdžiui, sudarytus iš lygiai **milijono** skaitmenų, kitaip tariant, **milijonženklus** skaičius.

❶ Įsivaizduok, kad kas sekundę parašai lygiai po 1 skaitmenį. Kiek maždaug laiko užtruktum, kol parašytum kokį nors **milijonženklį** skaičių?



A 3 paras B 12 parų C 3 mėnesius D 1 metus E 2 metus

(Jei ilgesnį laiką nekyla minčių, kaip spręsti, **nepėliok** „aklai“ - geriau atsiversk „Patarimų, užuominų ir nurodymų“ skyrelį **58** puslapyje).

Beje, šiame pratybų sąsiuvinyje tai yra pirmas ir paskutinis uždavinys, kuriame pateikti atsakymų variantai. Visiems kitiems uždaviniams reikės, kad **užrašytum sprendimą**.

Matematikams dažnai domina skaičiaus skaitmenų suma (gal net žinai, kodėl?). Įvairiuose konkursuose pasitaiko ir uždavinių, kur minima skaičiaus skaitmenų sandauga. Netrukus sužinosi, kad kai kuriuos daugiaženklus skaičius galima gan glaustai aprašyti!

❷ Suskaičiuok štai tokių **milijonženklų** skaičių skaitmenų sumą bei sandaugą ir įrašyk į šią lentelę (skaičiavimus gali rašyti paraštėse, kitame puslapyje arba juodraštyje):

Milijonženklis skaičiaus aprašymas	Skaitmenų suma	Skaitmenų sandauga
Skaičius, kurio pirmasis skaitmuo - vienetas, o visi kiti – nuliai.		
Skaičius, sudarytas vien iš vienetukų.		
Skaičius, sudarytas vien iš pasikartojančių gabaliukų 2015 20152015..... 2015		
Skaičius, sudarytas vien iš pasikartojančių gabaliukų 2115 21152115.....2115		✱
O čia įrašyk savo sugalvoto skaičiaus aprašymą ir pasiūlyk šį uždavinį draugams:		

Ženkleliu ☛ pažymėti sunkesni uždaviniai arba jų dalys, tad ar spręsti juos dabar, ar ne – pasirink savo nuožiūra. (Dalį šių sunkesniųjų rasi antroje pratybų dalyje).

Štai ir kitam uždavinyje dvi dalys paprastos, o trečioji – „žvaigždėta“.

③ a) Dviženklį skaičiaus ir dvigubai už jį didesnio skaičiaus skaitmenų sumos vienodos. Pateik tokios skaičių poros pavyzdį.

b) Rask dviženklį skaičių, kurį padauginus iš **bet kokio** vienaženklį skaičiaus, jo skaitmenų suma nepasikeistų.

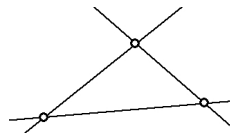
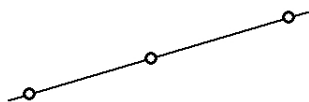
c) ☛ Rask visus dviženklis skaičius, atitinkančius b) dalies sąlygą.

Po įtempto galvojimo verta atsipalaiduoti. Pasigardžiuok šiais galvosūkiiais:

④ Kas Estijoje pirmoje vietoje, o Lietuvoje – trečioje?

⑤ Feliksas groja gitara, Rokas — smuiku, Šarūnas — trombonu. Tai kuriuo instrumentu — akordeonu, birbyne, fortepionu, klarnetu ar vargonais groja Jonas?

⑥ Jei plokštumoje pažymėtum 3 taškus ir **per kiekvienus du taškus** nubrėžtum po tiesę, tai priklausomai nuo taškų išsidėstymo gautum arba vieną, arba tris skirtingas tieses.



Išdėstyk 5 taškus taip, kad per kiekvienus du taškus nubrėžęs po tiesę, gautum:

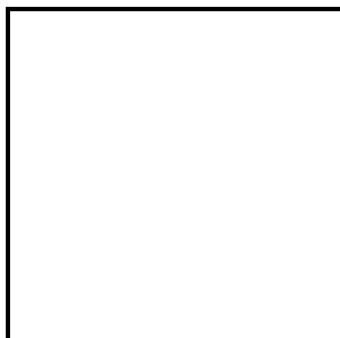
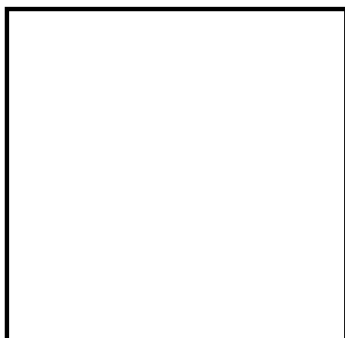
a) 5 skirtingas tieses;

b) 6 skirtingas tieses.

⑦ Sukarpyk kvadratą į du lygius:

a) penkiakampius;

b) šešiakampius.



Man sunkesnis uždavinys – tarsi stipriai užvyniota dovana. Spręsdamas jį, aš nekantrauju sužinoti, kas jo viduje, todėl kuo greičiau jį vynioju, o išvyniojęs labai džiaugiuosi.

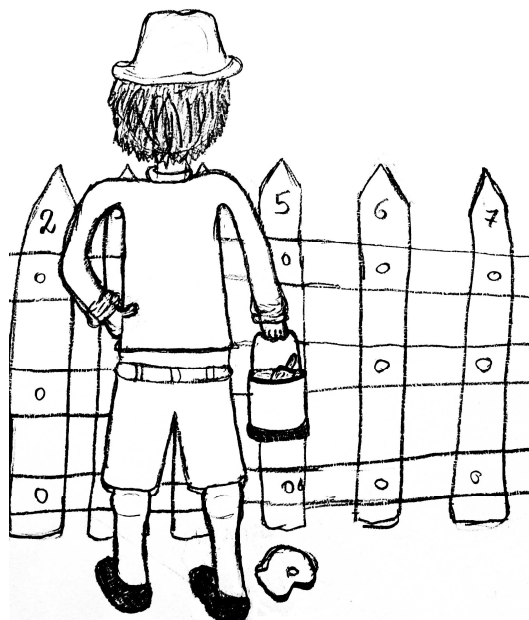
2 skyrius. Plus minus vienas

❶ Kiek reikia pjovimų, kad 2 metrų ilgio lenta būtų supjaustyta 20 cm ilgio gabaliukais? (Dėti atpjautos dalis vieną ant kitos draudžiama.)

❷ Palei vieną kelio pusę vienodais atstumais pasodinti medžiai. Nuo pirmojo iki dešimtojo yra 10 metrų. Kiek metrų yra nuo pirmojo iki šimtojo medžio?

❸ Stalius turėjo kelias lentas. Dvidešimt kartų atpjovus po 20 cm, gavosi 27 vienodi gabaliukai, ir jokių atliekų neliko. Kiek gi lentų jis turėjo iš pradžių, jei vienu metu pjaudavo tik vieną lentą ar jos gabalą?

❹ Tomas Sojeris dažys tvorą, kurios stulpeliai sunumeruoti. Pirmąją dieną jis dažo tik pačius stulpelius nuo 10-to iki 99-to stulpelio imtinai. Kiek stulpelių iš viso jis nudažys per šią dieną?



❺ Užrašydamas atliekamus veiksmus, apskaičiuok, kiek yra iš viso:

a) dviženklių skaičių?

b) triženklių skaičių?

c) keturženklių skaičių?

d) ✪ milijonženklių skaičių?

Vėl laikas truputį kitokiems uždaviniams. Įdėmiai skaityk sąlygas ir būk pasiruošęs netikėtumams!

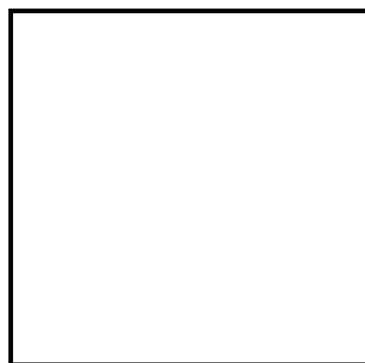
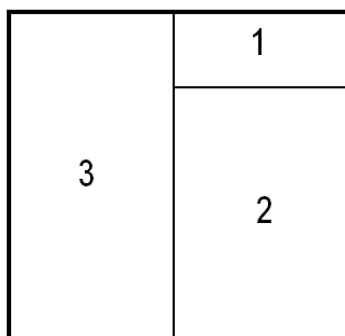
⑥ Ant stalo guli 15 saldainių. Pirmasis žaidėjas padalija juos į dvi krūveles (saldainiai turi likti sveiki ir visi lieka ant stalo). Antrasis žaidėjas išsirenka bet kurią krūvelę ir ją padalija į dvi - nebūtinai lygias - krūveles. Dabar vėl pirmasis pasirenka dalinimui bet kurią ant stalo gulinčią krūvelę.

Taip jie pakaitomis dalija krūveles į mažesnes, kol kuris nors žaidėjas nebeturi ką daryti, nes krūvelės iš vieno saldainio jau nebedalijamos. Todėl jis laikomas pralaimėjusiu, o jo varžovas - laimėjusiu.

- a) Kuriuo rinktumeisi būti šiame žaidime – pirmuoju ar antruoju?
- b) Kaip žaistum, kad laimėtum?
- c) Kaip atsakytum į tuos pačius du klausimus, jei būtų 2016 saldainių?
(☛ Paaiškink, kodėl esi garantuotas, kad laimėsi.)

⑦ Kupranugaris išlaiko 6 centnerių svorį vieną valandą.
Kiek laiko jis išlaikytų 600 centnerių svorį?

⑧ Kairiajame kvadrato stačiakampiai Nr. 1 ir Nr. 2 turi pilnai sutampančią kraštinę, o stačiakampis Nr. 3 neturi pilnai sutampančios kraštinės nei su vienu stačiakampiu. Padalyk dešinįjį kvadratą į **penkis** stačiakampius taip, kad **nei vienas** iš jų neturėtų pilnai sutampančios kraštinės su kitu. Ir aišku, jokių kitų figūrų kvadrato likti neturi!



⑨ Išdėsty 5 taškus taip, kad per kiekvienus du taškus nubrėžęs po tiesę, gautum:

- a) 8 skirtingas tieses;
- b) 10 skirtingų tiesių.

Spręsdamas uždavinius, aš jaučiu stiprėjimą ir augimą.

3 skyrius. Lyginiai ir nelyginiai skaičiai

Pirmuose 4 uždaviniuose atsakymui pakanka vienos raidės:

L reiškia lyginį skaičių, o **N** – nelyginį.

❶ Užpildyk tokią sudėties, atimties ir daugybos lentelę:

$$L + L = \qquad L + N = \qquad N + N =$$

$$L - L = \qquad L - N = \qquad N - N =$$

$$L \times L = \qquad L \times N = \qquad N \times N =$$

❷ Kokį skaičių - lyginį ar nelyginį – gausi sudėjęs:

- a) 3 lyginius skaičius, b) 4 lyginius skaičius,
- c) 5 lyginius skaičius, d) 6 lyginius skaičius,
- e) 2015 lyginių skaičių, f) 2016 lyginių skaičių.

Užrašyk, kokį dėsningumą pastebi.

❸ Kokį skaičių - lyginį ar nelyginį – gausi sudėjęs:

- a) 3 nelyginius skaičius, b) 4 nelyginius skaičius,
- c) 5 nelyginius skaičius, d) 6 nelyginius skaičius,
- e) 2015 nelyginių skaičių, f) 2016 nelyginių skaičių.

Užrašyk, kokį dėsningumą pastebi.

❹ Kaip manai, kurie iš šių skaičių yra lyginiai, o kurie – nelyginiai?

- a) 0, b) -1, c) -2, d) -3

❺ Įsivaizduok, kad kišenėje turi pakankamai monetų po 1 franką, 3 frankus ir 5 frankus. Ar gali, išsitraukęs **lygiai dešimt** monetų (nebūtinai visos turi būti vienodos vertės), sumokėti lygiai a) 20 frankų, b) 25 frankus?

Jei taip, tai parodyk kaip, o jei ne - užrašyk savo paaiškinimą.

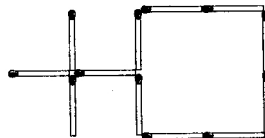
6

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 =

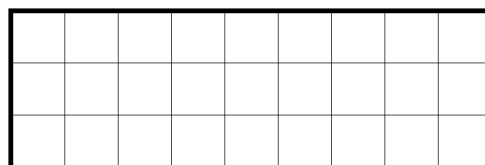
Lentoje eilute parašyti skaičiai nuo 1 iki 10. Du žaidėjai paeiliui įrašo arba '+', arba '-' ženklą prieš pasirinktą skaičių, įskaitant ir patį pirmąjį. Kai visi 10 ženklų jau būna įrašyti, atliekami sudėties ir atimties veiksmai. Jei gautas rezultatas **lyginis** – laimi **pirmasis**, jei nelyginis – antrasis.

- Kuriuo rinktumėisi būti šiame žaidime – pirmuoju ar antruoju?
- Kaip žaistum, kad laimėtum?
- Kaip atsakytum į tuos pačius du klausimus, jei būtų parašyti skaičiai nuo 1 iki 2016? (🎯 Paaiškink, kodėl esi garantuotas, kad laimėsi.)

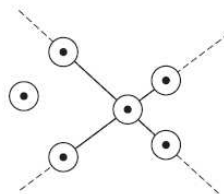
7 Perdėk 5 degtukus, kad gautųsi 3 kvadratai. Jokių atliekamų degtukų likti neturi!



8 Padalyk 3×9 dydžio stačiakampį į aštuonis kvadratus (nebūtinai vienodo dydžio).



9 Yra šeši skrituliukai. Jie išdėstyti taip, kad galima nubrėžti tik dvi tieses, kurios eitų per **trijų** skrituliukų centrus. **Perkelk** vieną skrituliuką taip, kad būtų galima nubrėžti keturias tieses, kurių kiekviena eitų per trijų skrituliukų centrus.



Patarimai, užuominos ir nurodymai

1 skyrius. Skaičiai, skaitmenys, skaitmenų suma

- ❶ Galima bandyti 1000000 dalyti iš 60, tada gautą dalmenį dar iš 60 ir t.t.
Bet tikslą galima pasiekti ir tokiu būdu: klausk savęs, kiek sekundžių sudaro 1 minutę?
Kiek sekundžių sudaro 1 valandą? 1 parą?
- ❷ Kai skaičius sudarytas iš gabaliukų, verta paskaičiuoti vieno gabaliuko skaitmenų sumą bei apskaičiuoti, iš kiek gabaliukų sudarytas skaičius.
- ❸ a) Prisimink vienaženklį skaičių daugybos lentelę – vienas skaičius joje yra ypatingas...
b) Gal tinka kuris nors iš tų skaičių, kuriuos nurodei a) dalyje?
- ❹ Koks bebūtum Lietuvos patriotas, šį uždavinį išspręsi greičiau, jei žiūrėsi tik į pačią uždavinio sąlygą ☺.
- ❺ Jeigu išsprendei ❹ uždavinį, kitų užuominų Tau nebereikia ☺.
- ❻ Kai neturi minčių, kaip pradėti spręsti sudėtingesnę uždavinį, pirma pabandyk išspręsti paprastesnę. Na, pvz. kaip sukarpyti kvadratą į du lygius trikampius arba keturkampius?

2 skyrius. Plus minus vienas

- ❷ Jei atstumą tarp gretimų medžių pavadintum „žingsniu“, kiek žingsnių būtų tarp pirmojo ir dešimtojo medžio?
- ❸ Ar pastebėjai, kaip pasikeičia bendras lentų ir gabaliukų skaičius po vieno pjovimo?
- ❹ Atkreipk dėmesį į skyriaus temą.
- ❺ Gali įsivaizduoti, kad skaičiai – tai tvoros stulpeliai.
- ❻ Pirmiausia sužaisk šį žaidimą su draugu ar pats su savimi, ypatingai nesistengdamas laimėti – svarbu tik laikytis taisyklių. Sužaisk dar kartą. Ką pastebi?
Arba gali „pasimažinti“ sau uždavinį, pradėdamas nuo 2 saldainių. Tada sužaisk su 3, vėliau su 4, 5 ir t.t.
Beje, šis uždavinys siejasi su ❶ ir ❸ uždaviniais.
- ❼ Neskubėk skaičiuoti – geriau kuo ryškiau įsivaizduok situaciją.
- ❸ Ar pastebėjai, kad kai kuris nors stačiakampis užima du pradinio kvadrato kampus, kyla problemų? Pabandyk išdėstyti stačiakampius kažkaip kitaip.

3 skyrius. Lyginiai ir nelyginiai skaičiai

- ❺ b) Naudokis ankstesniuose dviejuose uždaviniuose atrastais dėsningumais.